

Tentamen ProgrammaCorrectheid

19 augustus 2002

09.00 – 12.00 uur; Tentamenhal

■ Opgave 1

Gegeven is de specificatie:

CONST

$n \in \text{INTEGER} ; \{n > 1\}$
 $a \in \text{ARRAY } [1 \dots n) \text{ OF } [1 \dots n);$
 $x \in \text{INTEGER} ;$

VAR

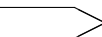
$k : \text{INTEGER} ;$
 $S;$
 $\{Q : k = (\text{MIN } i : i \geq 1 \wedge (\Sigma j : 1 \leq j < i : f(j)) \geq x) : i\}$

Hierbij is de functie f gedefinieerd door:

$$\begin{aligned} f(1) &= a[1] \\ f(t+1) &= a[f(t)] \end{aligned}$$

- Introduceer de functie $S(t) = (\Sigma j : 1 \leq j < t : f(j))$ en leid recurrente betrekkingen af voor S .
- Herschrijf de postconditie Q naar een vorm waarin de MIN -kwantor niet meer voorkomt.
- Geef een geannoteerd commando S dat aan de specificatie voldoet. Introduceer daartoe een variabelen y en p en breid de invariant uit met de conjuncten

$$y = f(k) \wedge p = S(k)$$

lees verder 

■ Opgave 2

Gegeven: een functie $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ die ascending is in beide coördinaten en de specificatie

```
CONST
  n ∈ INTEGER ; {n ≥ 0}
VAR
  z : INTEGER ;
  {P : Z = (#i, j : 0 ≤ i < n ∧ 0 ≤ j < i2 : f(i, j) ≥ 0)}
T;
  {Q : z = Z}
```

- Definieer een functie $F(x, y)$ die een geschikte generalisatie is van de kwantificatie uit de preconditionie.
- Leid voor $F(x, y)$ geschikte recurrente betrekkingen af, inclusief het basisgeval.
- Geef een implementatie van het commando T . We vragen niet om het gehele stappenplan uit te schrijven, maar zijn tevreden met de laatste stap: een goede samenvatting, inclusief invariant en variante functie.

■ Opgave 3

De functie $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ is gedefinieerd door

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{voor } x \leq 0 \\ 1 + f(x - f(x - 1)) & \text{voor } x > 0 \end{cases}$$

en de specificatie van de procedure *Berf* wordt gegeven door

```
PROCEDURE Berf (n : INTEGER ; VAR y : INTEGER );
  { all Y ∈ INTEGER :
  : pre f(n) = Y
  , post y = Y > 0 } ;
```

Geef een implementatie voor *Berf* en bewijs de correctheid van je oplossing. Formuleer daartoe expliciet de inductiehypothese en de bewijsverplichting bij deze procedure.

➤ einde